

Mathematical operations On Images

Linear and non Linear operations

* كيف أحكم على عملية على أنها عملية Linear أم عملية Non-Linear عند تطبيقها على صورة $f(x,y)$

* افترض أن الصورة الأصلية هي $f(x,y)$ والعملية هي H و
الصورة الناتجة من تطبيق العملية هي $g(x,y)$ و a, a_j
هم ثوابت.

The operation is Linear if homogeneity and additivity are met.
superposition

① homogeneity

$$H[a f(x,y)] = a H[f(x,y)]$$

② superposition
additivity

$$H[a_i f_i(x,y) + a_j f_j(x,y)] = a_i H[f_i(x,y)] + a_j H[f_j(x,y)]$$

Example

assume f_1, f_2 are two sub-images

$a_1 = 1, a_2 = -1$ are two constants

$$f_1 = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$f_2 = \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$$

check the Max operation.

$$\text{L.H.S} = \text{Max} \left\{ (1) \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} + (-1) \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \right\} = \text{Max} \left\{ \begin{bmatrix} -6 & -3 \\ -2 & -4 \end{bmatrix} \right\} = -2$$

$$\text{R.H.S} = (1) \text{Max} \left\{ \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \right\} + (-1) \text{Max} \left\{ \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \right\}$$

$$= 3 - 7 = -4$$

L.H.S \neq R.H.S, Hence Max is non-Linear.

Arithmetic operations . العمليات الحسابية على الصور

- $S(x,y) = f(x,y) + g(x,y) \Rightarrow$ Addition \Rightarrow جمع صورتين
- $d(x,y) = f(x,y) - g(x,y) \Rightarrow$ Subtraction \Rightarrow طرح صورتين
- $p(x,y) = f(x,y) * g(x,y) \Rightarrow$ Multiplication \Rightarrow حاصل ضرب صورتين
- $v(x,y) = f(x,y) \div g(x,y) \Rightarrow$ Division \Rightarrow خارج قسمة صورتين

* تطبيقات على جمع صورتين
In Image processing

- Averaging multiple noisy images taken from the same scene, using the same sensor \Rightarrow Reduces noise.
الحصول على المتوسط (جمع ثم قسمة على العدد) لمجموعة من الصور بها noise يؤدي إلى تقليل ال noise.
- As the number of averaged images increases, the Expected value of the average image approaches the original noise free image.
كلما زاد عدد الصور الداخلة في حساب المتوسط، فإن القيمة المتوقعة للمتوسط تقترب من الصورة الأصلية بدون noise.

ملحوظة: الرجاء على هذه العنونة بعض الأسئلة والإبانات
Sheet 2

Subtraction application in image processing

تطبيقات على طرح الصورة

* Subtracting one image from the other which gives
a measure for the difference between the
two images.

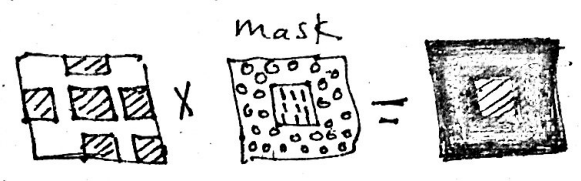
طرح صورة من أخرى تعطي مقياس
للإختلاف بين الصورتين.

Multiplication application: Masking

تطبيقات على ضرب صورتين

a mask image : is image with ones for regions
of interest and zeros for
the rest of image

هو صورة الأماكن المطلوبة
نضع فيها قيم 1 pixel
والأماكن غير المطلوبة نضع فيها
قيمة 0
فأعده ال pixels = 0



$$f(x,y) \times M(x,y) = g(x,y)$$

* the mask is multiplied
by the original image
to get the desired images.

* Conserving the full Range after arithmetic operations

بعد عملية الجمع قد تكون في الصورة الأولى pixel قيمته $f = 255$ يتم جمعها
على pixel أخرى قيمته $f = 255$ وبالتالي سيكون المجموع
أكبر من الحد الأقصى للـ gray scale وهو 255
ولذلك نفعل بعملية الـ scaling التالية.

$$f_m(x,y) = f(x,y) - \text{Min}[f(x,y)]$$

* في عملية الطرح : قد تكون الصورة الأولى \leq كموى على pixels
 قيمته $f = 0$ ويتم طرح الصورة القابلة منها وقد
 تكون ال pixel المتأثرة لل pixel سابقة الذكر في الصورة
 الأولى قيمته $f = 255$ وبالتالي فالقيمة لقيمة
 من عملية الطرح $255 - 255 = 0$ وبالتالي فان scale
 الجديد بعد عملية الطرح هو $255 \rightarrow 255$ وبالتالي
 تحتاج لعملية scaling كالآتي

$$f_s = L \left[f_m(x, y) \rightarrow \text{Max}[f_m(x, y)] \right]$$

↓
255